

$$u_n = v_n + 3$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$$

التمرين الثاني :

$$(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}) \quad (E)$$

$$C(0; -2; 1) \text{ و } B(1; -1; 3) \text{ و } A(2; 0; 2) :$$

$$: \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AC}(-2; -2; -1) \text{ و } \overrightarrow{AB}(-1; -1; 1) :$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} \vec{k} : \text{ إذن}$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} - 3\vec{j} :$$

$$: (ABC) \quad (2)$$

$$ABC \quad \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$$

$$(ABC): 3x - 3y + d = 0 \quad \text{إذن}$$

$$. d = -6 : A \in (ABC) : \text{ بما أن}$$

$$(ABC): 3x - 3y - 6 = 0 :$$

$$(ABC) \quad A \quad (S) \quad (3)$$

$$. 2 \quad B \quad (\zeta)$$

$$. (\zeta) \quad \mathbf{r} \quad (S) \quad \mathbf{R}$$

$$d^2 + r^2 = R^2 :$$

$$. r = 2 \text{ و } d = AB = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3} :$$

$$R = \sqrt{d^2 - r^2} = \sqrt{3 + 4} = \sqrt{7} :$$

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{9}{4} \end{cases} : (u_n)$$

$$v_n = u_n + k : (v_n)$$

$$(n \quad k)$$

$$. v_n \quad u_n \quad v_{n+1} \quad (1)$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} + k = \frac{1}{4}u_n + \frac{9}{4} + k$$

لدينا :

$$= \frac{1}{4}(v_n - k) + \frac{9}{4} + k$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + \frac{3}{4}k + \frac{9}{4} : \text{ و منه}$$

$$. (v_n) \quad k \quad (2)$$

$$\frac{3}{4}k + \frac{9}{4} = 0 :$$

$$k = -3 : \text{ يعني}$$

$$\frac{1}{4} (v_n)$$

$$v_0 = u_0 - 3 = 1 :$$

$$. (v_n) \text{ و } (u_n) \quad (3)$$

$$. v_0 = 1 \quad \frac{1}{4} (v_n) \text{ بما أن}$$

$$v_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n : v_n = v_0 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-0} :$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 : 0 < \frac{1}{4} < 1 :$$

$$u_n = v_n - k : v_n = u_n + k :$$

: X

$(X = x_i)$	2	3	10
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

: $E(X)$

$$E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{5} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot \frac{1}{10} = \frac{33}{10}$$

: $V(X)$

$$V(X) = \sum_{i=1}^3 p_i \cdot (x_i - E(x))^2$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \left(2 - \frac{33}{10}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(3 - \frac{33}{10}\right)^2 + \frac{1}{10} \cdot \left(10 - \frac{33}{10}\right)^2$$

التمرين الرابع :

$$(E) : z^3 - 8z^2 + 24z - 32 = 0 \quad C$$

$$: (E) \quad z_0 = 4 \quad (1)$$

$$4^3 - 8 \times 4^2 + 24 \times 4 - 32 = 0$$

: (E) c و b و a

$$* (E) : (z-4)(az^2 + bz + c) = 0$$

$$(z-4)(a.z^2 + b.z + c) = a.z^3 + b.z^2 + c.z$$

$$- 4.a.z^2 - 4.b.z - 4c$$

$$= a.z^3 + (b-4a).z^2 + (c-4b).z - 4c$$

: يعني * (E) إذن

$$a.z^3 + (b-4a).z^2 + (c-4b).z - 4c$$

$$= z^3 - 8.z^2 + 24.z - 32$$

$$(x-2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 7$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4z + 1 = 0$$

التمرين الثالث :

$$P(J) = \frac{3}{10}$$

$$P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(R) = \frac{1}{10}$$

$$P(V) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

10

3

X

X

$$X(\Omega) = \{2; 3; 10\}$$

$$P(X = 2) = P(V) = \frac{2}{5}$$

$$P(X = 3) = P(J \cup B) = P(J) + P(B) - P(J \cap B)$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$

$$P(X = 10) = P(R) = \frac{1}{10}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1} + \ln|x+1|$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} : f \quad - \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x+2+(x+1)\ln|x+1|}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+2+(x+1)\ln|x+1|}{x+1} :$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+2+(x+1)\ln(x+1)}{x+1} \quad (x+1 > 0)$$

$t = x + 1 : \lim_{t \rightarrow 0^+} t \cdot \ln(t) = 0$:
 $t \rightarrow 0^+ \Leftrightarrow x \rightarrow -1^+$: لدينا

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{t+1+t \ln(t)}{t} = +\infty :$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty :$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$$

$$(\forall x \in D_f) : f'(x) = \frac{x}{(x+1)^2} :$$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
f'(x)	-		+	+
f(x)	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - 4a = -8 \\ c - 4b = 24 \\ -4c = -32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 + 4 = -4 \\ c = 24 + 4b = 24 - 16 = 8 \\ c = \frac{32}{4} = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 8 \end{cases}$$

(E): $(z-4)(z^2 - 4z + 8) = 0$: وبالتالي

z_2 و z_1 . (E) - 2

$\text{Im}(z_2) \leq 0$ و $\text{Im}(z_1) \geq 0$:

(E): $(z-4)(z^2 - 4z + 8) = 0$: (E)

$(z-4) = 0$ و $(z^2 - 4z + 8) = 0$:

$\Delta' = 4 - 8 = -4 = (2i)^2$: $(z^2 - 4z + 8) = 0$

$z_2 = 2 - 2i$ و $z_1 = 2 + 2i$:

$S = \{4; 2 + 2i; 2 - 2i\}$:

$z_2 = 2\sqrt{2}.e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_1 = 2\sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}}$: z_2 و z_1

$M_2; M_1; M_0$ - 3

(\zeta) $z_2; z_1; z_0$

$R = 2$ و $\omega = 2$ و Ω

$|z_1 - z_\Omega| = |2i| = 2$ و $|z_0 - z_\Omega| = |4 - 2| = 2$:

$|z_2 - z_\Omega| = |-2i| = 2$ و

$\Omega M_0 = \Omega M_1 = \Omega M_2$:

$M_2; M_1; M_0$

$R = 2$ و $\omega = 2$ و Ω

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x} \cdot \frac{\ln|x+1|}{x+1}$$

$$= 0$$

± ∞

(C)

: (C)

-

ملاحظة : قبل إنشاء المنحنى يجب اتباع الخطوات التالية :

(1) قراءة جيدة لجدول التغيرات و تقعر المنحنى و أخذ فكرة عن الشكل الذي سيأخذه المنحنى .

(2) إنشاء المقاربات إنطلاقاً من النتائج المحصل عليها .

(3) إنشاء النقط التي توجد بها قيم دنوية أو قصوية للمنحنى

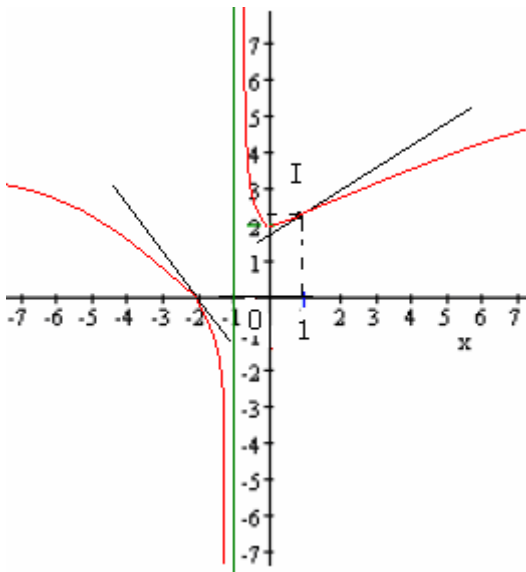
(C) و نقطة الإنعطاف . (في حالة وجودها)

(4) إنشاء المستقيمات المماسات التي طلب تحديد معادلتها .

(5) قراءة للوضع النسبي للمنحنى (C) مع المقاربات و

المماسات إما عن طريق جدول التغيرات أو بواسطة تحديد الإشارة

(6) الإنشاء :



$$(\forall x \in D_f) : f''(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2} \quad \text{لدينا :}$$

$$I(1; f(1)) \quad (C) :$$

:

x	-∞	-1	1	+∞
$f''(x)$	+	+	○	-
(C)				

: -2

-

$$\Leftrightarrow y = (x+2)f'(-2) + f(-2)$$

$$\boxed{y = -2x - 4}$$

$$: I(1; f(1))$$

-

$$\Leftrightarrow y = (x-1)f'(1) + f(1)$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} + \ln(2)$$

:

-

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty \quad *$$

$$(C) \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$$

$$x = -1 :$$

. - 1

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) \cdot e^{-(-(x+1)) \cdot \ln(-(x+1))}$$

$$= 0 = g(-1)$$

ج - اشتقاق الدالة g عند -1 :

* لدينا :

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)e^{(x+1) \cdot \ln(x+1)}}{x+1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-(x+1)e^{-(x+1) \cdot \ln(-(x+1))}}{x+1} = -1$$

إذن الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند -1 .

(2) الدالة g قابلة للاشتقاق على $IR - \{-1\}$.

و لدينا : $(\forall x \in IR - \{-1\}) : g'(x) = f(x) \cdot e^{(x+2) \cdot \ln|x+1|}$

نستج أن إشارة $g(x)$ هي إشارة $f(x)$.

و بالتالي نستنتج جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$g'(x)$	+	○	-	+
$g(x)$	↗	1	↘	↗

(3) أ - الفروع اللانهائية :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x+1|}{x} \cdot e^{(x+1) \cdot \ln|x+1|} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)}{x} \cdot e^{(x+1) \cdot \ln(x+1)} = +\infty \end{aligned}$$

و هذا يعني أن منحنى الدالة g يقبل بجوار $+\infty$ محور

الأرتيب فرعا شلجميا .

ملاحظة : المماس عند النقطة يخترق المنحنى (C) لأن النقطة I نقطة انعطاف .

(3) إشارة $f(x)$ من خلال جدول التغيرات نستنتج :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f(x)$	+	○	-	-

_____ :

نعتبر الدالة g المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} g(x) = e^{(x+2) \ln|x+1|}; & x \neq -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases}$$

(1) أ - لنبين أن لكل عدد حقيقي x مختلف عن -1

$$g(x) = |x+1| e^{(x+1) \ln|x+1|} \quad \text{لدينا :}$$

لكل عدد حقيقي x مختلف عن -1

$$g(x) = e^{(x+2) \ln|x+1|} \quad \text{لدينا :}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= e^{(x+1+1) \ln|x+1|} \\ &= e^{(x+1) \ln|x+1| + \ln|x+1|} \end{aligned} \quad \text{و هذا يكافئ :}$$

$$= e^{\ln|x+1|} \times e^{(x+1) \ln|x+1|}$$

و منه لكل عدد حقيقي x مختلف عن -1

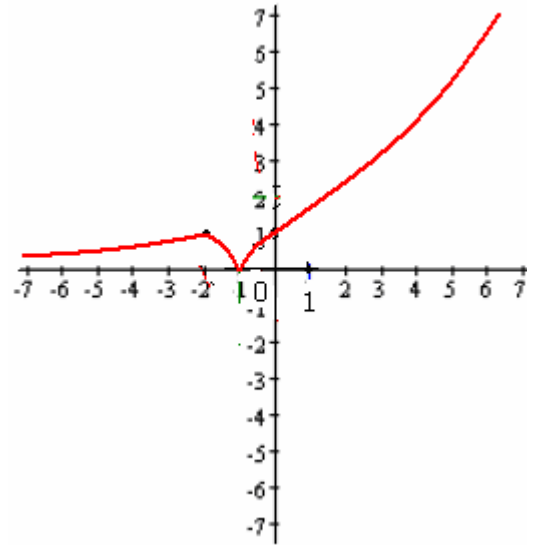
$$\text{لدينا : } (e^{\ln|x+1|} = |x+1|) \quad g(x) = |x+1| e^{(x+1) \ln|x+1|}$$

ب - اتصال الدالة g عند -1 :

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) \cdot e^{(x+1) \cdot \ln(x+1)}$$

* لدينا :

$$= 0 = g(-1)$$

ب - منحنى الدالة g :

(4) نعتبر المعادلة : $m^{\frac{1}{x+2}} = |x+1|$: $x \in \mathbb{R}$ حيث m بارامتر حقيقي .

$$\left(m^{\frac{1}{x+2}}\right)^{x+2} = |x+1|^{x+2} \quad \text{المعادلة تكافئ :}$$

$$m = e^{(x+2) \cdot \ln|x+1|} \quad \text{تكافئ أيضا :}$$

$$x \in \mathbb{R} \quad g(x) = m \quad \text{تكافئ :}$$

من خلال التمثيل المبياني للدالة g نستنتج أن:

حلول المعادلة هي أفاصيل نقط تقاطع المنحنى (Γ) و المستقيم الذي

معادلته $y = m$ ومنه :

1 _ إذا كان : $m < 0$: فإن المعادلة لا تقبل أي حل .

2 _ إذا كان : $m = 0$: فإن المعادلة تقبل حل وحيد

هو العدد -1 .

3 _ إذا كان : $0 < m < 1$: فإن المعادلة تقبل ثلاث حلول

4 _ إذا كان : $m = 1$: فإن المعادلة تقبل حلين هما 2

و 0 .

5 _ إذا كان : $m > 1$: فإن المعادلة تقبل حل وحيد .

