



C :RS22

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
( الدورة الاستدراكية 2007 )  
الموضوع

المادة: الرياضيات

3 : مدة الانجاز :

7 : المعامل :

الشعب (ة) : العلوم التجريبية الأصلية + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية

( يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة )

التمرين الأول ( 3,5 ن )

- نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(2,0,-1)$  و  $B(2,4,2)$  و  $C(3,3,3)$  و الفلكة  $(S)$  التي معادلتها الديكارتية هي :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$
- 1 ( بين ان مركز الفلكة  $(S)$  هي النقطة  $\Omega(2,2,4)$  وأن شعاعها يساوي 2 )
  - 2 ( ليكن  $(P)$  المستوى المار من النقطة  $A$  و العمودي على المستقيم  $(BC)$ . بين أن معادلة ديكارتية للمستوى  $(P)$  هي :  $x - y + z - 1 = 0$  )
  - 3 ( أ - بين أن المستوى  $(P)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  شعاعها يساوي 1 .  
ب - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega$  و العمودي على  $(P)$ .  
ج - حدد مثلوث احداثيات النقطة  $\omega$  مركز الدائرة  $(\Gamma)$  .

1  
0,75  
1  
0,25  
0,5

التمرين الثاني ( 2,5 ن )

- يحتوي كيس على ثلاث بیدقات بيضاء و أربع بیدقات سوداء ( لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس ).  
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .
- 1 ( ما هو احتمال الحصول على بیدقتين بالضبط لونهما أبيض ؟ )
  - 2 ( ما هو احتمال الحصول على ثلاث بیدقات من نفس اللون ؟ )
  - 3 ( ما هو احتمال الحصول على بیدقة بيضاء على الأقل ؟ )

0,75  
0,75  
1

التمرين الثالث ( 3 ن )

- لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{5}(u_n - 4n - 1)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .  
نضع  $v_n = u_n + n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .
- 1 ( بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  . )
  - 2 ( أ - احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  .  
ب - استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  . )
  - 3 ( نضع  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  حيث  $n$  عنصر من  $\mathbb{N}$  .  
بين أن :  $T_n = \frac{1}{4} \left( 5 - \frac{1}{5^n} \right)$  و أن  $S_n = T_n - \frac{(n+1)(n-2)}{2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  . )

1  
0,5  
0,5  
1

التمرين الرابع (3 ن)	
(1) تحقق من أن : $(\sqrt{2}+2i)^2 = -2+4\sqrt{2}i$ .	0,25
(2) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - (\sqrt{2}+2)z + 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i = 0$	0,75
(3) نعتبر العددين العقديين $z_1 = 1-i$ و $z_2 = 1+\sqrt{2}+i$ .	0,5
أ - حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي $z_1$ .	0,5
ب - بين أن : $z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\bar{z}_2$ ( $\bar{z}_2$ هو مرافق العدد $z_2$ ) .	1
استنتج أن : $\arg(z_1) + 2\arg(z_2) \equiv 0[2\pi]$	
ج - حدد عمدة للعدد $z_2$ .	0,5
مسألة (8 ن)	
(I) لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$ .	
(1) بين أن $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ لكل $x$ من $]0, +\infty[$ ثم استنتج منحنى تغيرات الدالة $g$ على $]0, +\infty[$ .	1
(2) بين أن $g(x) \leq 0$ لكل $x$ من $]0, 1[$ و أن $g(x) \geq 0$ لكل $x$ من $]1, +\infty[$ ( لاحظ أن $g(1) = 0$ ) .	0,5
(II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$ .	
ليكن $(C)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .	
(1) أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ( يمكن وضع $t = \sqrt{x}$ ) ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .	0,75
ب - تحقق من أن : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ لكل $x$ من $]0, +\infty[$ .	0,25
ج - احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ( يمكن وضع $t = \frac{1}{x}$ ) ثم أول النتيجة هندسيا .	0,5
د - بين أن $(C)$ يقبل فرعا شلجيميا اتجاهه المقارب هو المستقيم الذي معادلته هي : $y = x$ .	10,5
(2) بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل $x$ من $]0, +\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة $f$ .	1,5
(3) أنشئ المنحنى $(C)$ في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .	1
(4) أ - بين أن الدالة $G : x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $g : x \rightarrow \ln x$ على $]0, +\infty[$ .	0,5
ب - باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$ .	0,75
ج - حدد مساحة حيز المستوى المحصور $(C)$ و محور الإفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x = e$ و $x = 1$ .	0,75