SAID BOUZAWIT - lycée Abdelali Benchakroune

الدورة الاستدراكية 2005

- يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها و ثلاث تمارين و مسألة.
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

أسئلة : (أربع نقط)

1) حل المعادلة التفاضلية : $y''+y'-6y=0$.(1ن)

2) اكتب على الشكل المثلثي العدد $Z=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$.(1ن)

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos(x)\ln(1+Cos(x))\,dx=\dfrac{\pi}{2}-1$.(1ن)

(نذكر أن $Sin^2(x)=1-Cos^2(x)$)

4) نضع : $u_n=n+\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ لكل n من IN^* . احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.(1ن)

التمرين الأول :(نقطتان)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ،نعتبر المستوى (P) الذي معادلته $x-z+1=0$ و الفلكة S التي مركزها $\Omega(1,0,0)$ و شعاعها $r=2$.

1) بين أن (P) و S يتقاطعان وفق دائرة (Γ) .(0.5ن)

2) حدد مركز و شعاع الدائرة (Γ) .(1.5ن)

التمرين الثاني :(نقطتان و نصف)

1) اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(1-i)^2$.(0.25ن)

2) حل في C المعادلة : $z^2-2(1+2i)z-(3-6i)=0$.(0.75ن)

3) نعتبر في المستوى العقدي النقطتين $A(3i)$ و $B(2+i)$.

حدد ثم أنشئ (D) مجموعة $M(z)$ النقط بحيث $|z-3i|=|z-2-i|$.(1.5ن)

التمرين الثالث :(ثلاث نقط و نصف)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء و كرتين سوداوين لايمكن التمييز بينها باللمس.

1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس. ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء؟(0.5ن)

2) نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال 5كرات من الكيس. ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين بالضبط؟(1ن)

3) نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال n كرة من الكيس.

أ- بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو $p=1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.(1ن)

ب- ما هو العدد الأدنى من السحبات التي من أجلها $p \geq 0.999$.(نأخذ $\log(3) \approx 0,48$ حيث $\log$ هو اللوغاريثم العشري).(1ن)

مسألة : (ثمان نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,2[$ بما يلي : $f(x)=\ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$ و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

1) أ- احسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to 2^-} f(x)$.(ن1)

ت- بين أن $f'(x)=\frac{2}{x(2-x)}$ لكل x من $]0,2[$.(ن0.75)

ث- أعط جدول تغيرات الدالة f .(ن0.5)

2) أ- بين أن النقطة $A(1,0)$ مركز تماثل المنحنى (C_f) .(ن0.5)

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس (D) للمنحنى (C_f) في النقطة $A(1,0)$.(ن0.5)

3) نضع $\varphi(x)=f(x)-x$ لكل x من $]0,2[$.

أ- بين أن $\varphi\left(\frac{3}{2}\right)\prec 0$ و $\varphi\left(\frac{7}{4}\right)\succ 0$.(نأخذ $\ln(3)\approx 1,1$ و $\ln 7 \approx 1,94$)(ن0.5)

ب- استنتج أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا α بحيث $\frac{3}{2}\prec \alpha \prec \frac{7}{4}$ و أول النتيجة مبيانيا.(ن0.75)

4) أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} .(ن0.5)

ب- بين أن $f^{-1}(x)=\frac{2e^x}{1+e^x}$ لكل x من IR .(ن0.5)

5) أنشئ في نفس المعلم المنحنى (C_f) و المنحنى $(C_{f^{-1}})$ الممثل للدالة f^{-1} .(ن1)

6) أ- احسب $\int_0^{\alpha} \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$.(ن0.5)

ب- احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين (C_f) و $(C_{f^{-1}})$ و محوري المعلم.(ن1)