المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والشباب	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــــا دورة : يوليوز 2004 (الدورة الإستدراكية)	الثانية علوم متجريبية مدة الإنجاز : 3 ساعات المعامل : 7

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n^3}{3u_n^2+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) أ- بين أن $u_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$. 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. 0.5

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة. 0.25

2) أ- بين أن $u_{n+1} \leq \dfrac{1}{3}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$. 0.5

ب- استنتج أن: $u_n \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$. 0.75

التمرين الثاني (3نقط ونصف)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

النقط $A(1,2,-2)$ و $B(0,3,-3)$ و $C(1,1,-2)$ والمستوى (P) الذي معادلته: $x+y-3=0$.

1) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega(0,1,-1)$ عن المستوى (P). 0.5

ب- استنتج أن معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(0,1,-1)$ والمماسة للمستوى (P) هي: $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$ 1

2) أ- حدد $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمة. 0.75

ب- بين أن: $x-z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC). 0.5

3) أ- تحقق من الفلكة (S) مماسة للمستوى (ABC). 0.25

ب- احسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوى (ABC). 0.5

التمرين الثالث (3 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $2z^2-2iz-1=0 \quad (E)$

1) أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E). (z_1 و z_2 هما حلا المعادلة بحيث $\mathrm{Re}(z_1)>0$). 0.75

ب- اكتب الحلين z_1 و z_2 على الشكل المثلثي. 0.5

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$

نعتبر النقط A و B و S التي ألحاقها على التوالي هي: $a=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $b=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $s=i$.

أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي: $\dfrac{a-s}{b-s}$. 0.75

ب- استنتج أن المثلث SAB متساوي الساقين وقائم الزاوية في S. 0.5

ج- بين أن الرباعي $OASB$ مربع. 0.5

التمرين الرابع (3 نقط)

يحتوي كيس U_1 على بيدقتين تحملان الرقم 1، وعلى أربع بيدقات تحمل الرقم 2 (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

ويحتوي كيس U_2 على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس كذلك).

نسحب عشوائيا بيدقة واحدة من الكيس U_1.

1) أحسب احتمال الحدثان التاليان .

A: " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 1 ". 0.5

B: " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 2 ". 0.5

2) نعتبر في هذا السؤال التجربة العشوائية التالية .

نسحب بيدقة واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمها:

- إذا كان هذا الرقم هو 1 نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس U_2.

- وإذا كان هذا الرقم هو 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2.

ليكن n عدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس U_2

و E_n الحدث " الحصول بالضبط على n كرة حمراء "

أ- بين أن: $p(E_1)=\frac{11}{21}$ و $p(E_2)=\frac{2}{21}$. 1.5

ب- احسب احتمال الحدث A علما أن الحدث E_1 محقق. 0.5

مسـألـة (8 نقط)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ- تحقق من أن: $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$ لكل x من $\mathbb{R}$. 0.25

ب- استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. 0.75

2) بين أن: $f(2-x)=f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x=1$ محور تماثل المنحنى (C). 0.5

3) أ- تحقق من أن: $f(x)=2\ln(x)+\ln\left(1-\frac{1}{2}+\frac{2}{x^2}\right)$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$. 0.5

ب- استنتج أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ ثم أو هندسيا هذه النتيجة. 0.5

4) أ- بين أن: $f'(x)=\frac{2(x-1)}{(x-1)^2+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$. 0.5

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. 0.5

5) أ- بين أن: $f''(x)=\dfrac{2x(2-x)}{\left[(x-1)^2+1\right]^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.	0.5
ب- ادرس تقعر المنحنى (C).	0.5
6) أنشئ المنحنى (C).	0.75
7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$	
أ-بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده.	0.5
ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من J.	0.5
8) أ- بوضع $t=x-1$ بين أن: $\int_0^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^0 \ln(1+t^2)\,dt$	0.5
ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_{-1}^0 \ln(1+t^2)\,dt=\ln 2-2\int_{-1}^0 \dfrac{t^2}{1+t^2}\,dt$	0.5
ج- بين أن: $\int_{-1}^0 \dfrac{t^2}{1+t^2}\,dt=1-\dfrac{\pi}{4}$ (لاحظ أن: $\dfrac{t^2}{1+t^2}=1-\dfrac{1}{1+t^2}$ لكل t من $\mathbb{R}$).	0.5
د- استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=1$ و $x=0$	0.25