

امتحان تجريبي - مادة الرياضيات -

تمرين 1

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
نعتبر النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,0)$ و $C(0,-1,-1)$

1- أ- أحسب $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$

ب - حدد معادلة ديكرتية للمستوى (ABC)

2- نعتبر الفلكة (S) ذات المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4 = 0$

أ- حدد مركزها و شعاعها

ب- بين أن (ABC) و (S) يتقاطعان في دائرة محددًا مركزها و شعاعها.

تمرين 2

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 2u_n \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) بحيث :

1 - أحسب u_2 و u_3 و u_4 و u_5

تكتب النتائج على الشكل $(2^r, r \in \mathbb{Q})$

2- نعتبر المتتالية العددية (v_n) بحيث : $v_n = \ln(u_n) - \ln 2$

أ- بين أن (v_n) هندسية محددًا أساسها و حدها الأول.

ب- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim u_n$

تمرين 3

يحتوي صندوق على 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء . نسحب من الصندوق الكرة تلو الأخرى .

1- أحسب عدد النتائج الممكنة

2- ليكن X المتغير العشوائي الذى يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة قبل سحب أول كرة خضراء

أ- حدد قانون احتمال X و أحسب $E(X)$

ب- مثل دالة التجريء ثم أحسب $V(X)$ و $\sigma(X)$

تمرين 4

ليكن θ عددا حقيقيا ($\theta \in \mathbb{R}^*$)

1- حل في C المعادلة : $(E) z^2 - 2^{\theta+1} \cos \theta z + 2^{2\theta} = 0$

2- المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر (o, \vec{u}, \vec{v}) .

لتكن A و B نقطتين لحقيهما z_1 و z_2 , حدد θ لكي يكون المثلث OAB متساوي أضلاع.

مسألة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كالتالي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} e^{x-1} & : x < 1 \quad x \neq 0 \\ f(x) = 1 - (\ln x)^3 & : x \geq 1 \end{cases}$$

1- أ- بين أن f متصلة في 1 .

ب- أحسب نهايات f عند محددات D_f .

2 - أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f) منحنى f .

3- أ- بين أن f قابلة للاشتقاق في 1.

ب- أدرس تغيرات f ثم أعط جدول تغيرات f .

4- أ- حدد نقط انعطاف (C_f) اذا كان $x \geq 1$

ب- أنشئ (C_f) .

5- أ- بين أن h قصور f على المجال $I =]1, +\infty[$ تقابل من I نحو مجال يتم تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$.

6- أ- أحسب باستعمال مكاملة بالإجراء $I = \int_1^e (\ln x)^2 dx$ و $I = \int_1^e (\ln x)^3 dx$

ب- أحسب مساحة الحيز Δ الذي يحده (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمان

$(D): x=1$ و $(D'): x=e$

عناصر الإجابة

تمرين 1

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = (-3, 2, -1) \quad \text{أ-1}$$

$$(ABC): 3x - 2y + z - 1 = 0 \quad \text{ب-}$$

$$\Omega(1, 2, 0) \quad \text{و} \quad r = 1 \quad \text{أ-2}$$

$$d = d(\Omega, (ABC)) = \frac{\sqrt{14}}{7} \quad \text{ب-}$$

$$d < 1 \quad \text{ادن} \quad (S) \cap (ABC) = C_{(H,R)}$$

$$R = \sqrt{\frac{5}{7}} \quad \text{و} \quad H\left(\frac{11}{7}, \frac{12}{7}, \frac{1}{7}\right)$$

تمرين 2

-1

$$u_5 = 2^{15/16}, \quad u_4 = 2^{7/8}, \quad u_3 = 2^{3/4}, \quad u_2 = 2^{1/2}$$

-2-أ-

$$v_1 = -\ln 2 \quad \text{و} \quad q = \frac{1}{2}, \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$$

ب-

$$\lim u_n = 2, \quad u_n = 2 \cdot e^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (\ln 2)}, \quad v_n = -(\ln 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

تمرين 3

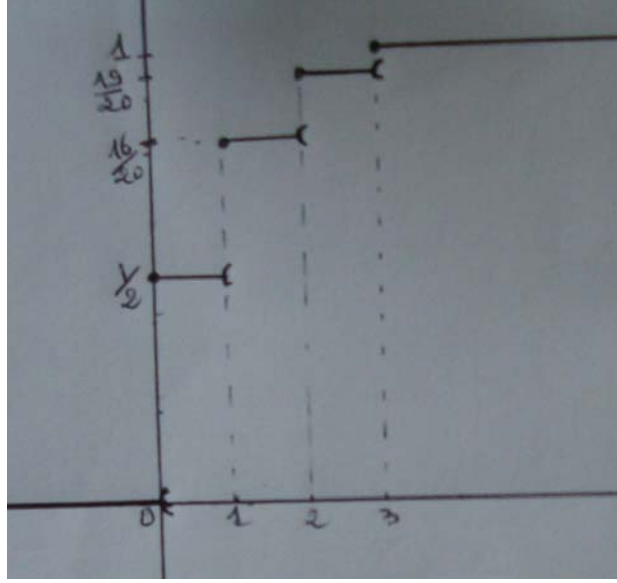
$$\text{Card}\Omega = 720 = 6! : \quad \text{أ-1 عدد النتائج الممكنة}$$

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\} \quad \text{أ-2}$$

$$p(X=3) = \frac{1}{2}, \quad p(X=2) = \frac{3}{20}, \quad p(X=1) = \frac{A_3^1 \cdot A_3^1 \cdot 4!}{6!} = \frac{3}{10}, \quad p(X=0) = \frac{A_3^1 \cdot 5!}{6!} = \frac{1}{2}$$

$$E(X) = \frac{15}{20} = 0,75$$

$$V(X) = \frac{63}{80}, \quad \sigma(X) = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{7}{5}} \quad \text{ب-}$$



تمرين 4

$$z_2 = [2^\theta, -\theta] , z_1 = [2^\theta, \theta] \Leftrightarrow \Delta' = (i2^\theta \sin \theta)^2 \quad -1$$

$$2\theta = \frac{\pi}{3} [2\pi] , \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 2\theta \quad -2$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} [2\pi] , |z_1| = |z_2| = 2^\theta \quad \text{أي}$$

مسألة

1- أ- f متصلة في 1.

$$\lim_{-\infty} f(x) = 0 , \lim_{+\infty} f(x) = -\infty , \lim_{0^+} f(x) = +\infty , \lim_{0^-} f(x) = -\infty \quad \text{ب-}$$

2 - (D) : $y = 0$ مقارب أفقي بجوار $-\infty$

(Δ) : $x = 0$ مقارب عمودي

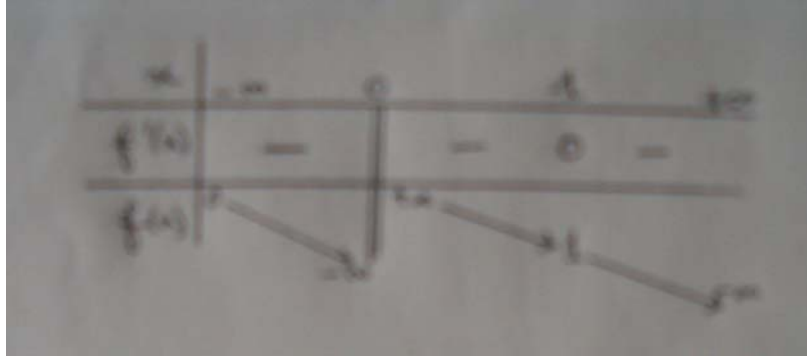
(C_f) يقبل فرعا شلمجيا باتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$

$$3- \text{أ-} f \text{ قابلة للاشتقاق في } 1 : f'_g(x) = f'_d(x) = 0$$

ب-

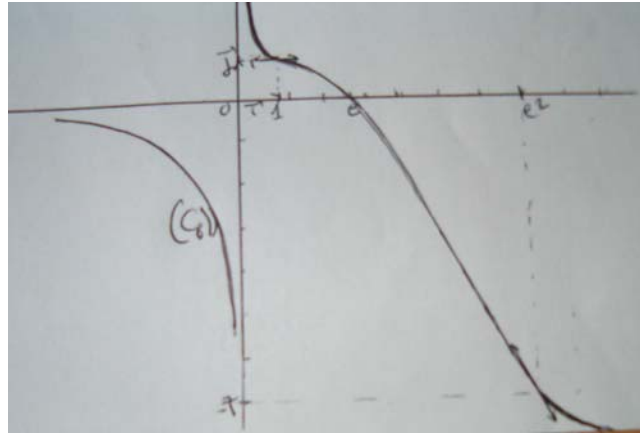
$$f'(x) = \frac{x-1}{x^2} \cdot e^{x-1} , x < 1$$

$$f'(x) = \frac{-3(\ln x)^2}{x} , x > 1$$



$$f''(x) = \frac{3 \ln x}{x^2} (\ln x - 2) \quad - 4$$

نقطتي الانعطاف $H_1(1,1)$, $H_2(e,-7)$



5- أ- h متصلة و تناقصية قطعاً على $[1, +\infty[$, $I =]1, +\infty[$, h تقابل من $]1, -\infty[$.

ب- $f^{-1}(x) = e^{\sqrt[3]{1-x}}$

6- أ- $J = e - 2$, $K = 6 - 2e$

ب- $\int_1^e (1 - (\ln x)^3) dx = 3e - 7$ و منه $A(\Delta) = (3e - 7)4a$.

سلم التنقيط

تمرين 1 (1) أ- 0,5 نقطة , ب- 0,5 نقطة

(2) أ- 0,5 نقطة , ب- 1 نقطة

تمرين 2 (1) 0,5 نقطة

(2) أ- 1 نقطة , ب- 0,5 نقطة , ج- 0,5 نقطة

تمرين 3 (1) 1 نقطة

(2) أ- 1,5 نقطة , ب- 1 نقطة

تمرين 4 (1) 1 نقطة , (2) 1,5 نقطة

مسألة (1) أ- 0,5 نقطة , ب- 1 نقطة

(2) 1 نقطة

(3) أ- 1 نقطة , ب- 1,5 نقطة

(4) أ- 0,5 نقطة , ب- 1 نقطة

(5) أ- 0,5 نقطة , ب- 0,5 نقطة

(6) أ- 1 نقطة , ب- 1 نقطة